



Munich Personal RePEc Archive

The public sector and technological change

Salvador Rivas-Aceves

Universidad Autónoma Metropolitana

2013

Online at <http://mpra.ub.uni-muenchen.de/58267/>

MPRA Paper No. 58267, posted 10. September 2014 15:16 UTC

El sector público y el cambio tecnológico

Salvador Rivas-Aceves¹, Universidad Autónoma Metropolitana.

Resumen

En la presente investigación se estudia el efecto que tiene el cambio tecnológico generado por el sector público sobre el crecimiento económico. Inicialmente, se establecen las condiciones sobre las cuales dichas modificaciones tecnológicas pueden ocurrir, bajo un ambiente determinista, y a partir del equilibrio macroeconómico se verifica el impacto positivo de la intervención del gobierno. Asimismo, se determina el nivel de gasto óptimo, constante que maximiza el bienestar de los hogares y permite el cambio tecnológico. Posteriormente, el mismo análisis se realiza bajo ambientes estocásticos y se corrobora una vez más el efecto positivo sobre el crecimiento y el bienestar económico debido a la generación de nuevas tecnologías por parte del gobierno.

Palabras clave: crecimiento endógeno, gasto de gobierno, cambio tecnológico, sector público

Abstract

In this paper we study the impact on growth due to a technological change generated by the government. At the beginning the required main conditions to create new technologies are defined and the conditions for the macroeconomic equilibrium are established. Under a deterministic model the effects of the government's participation on growth are examined and then the optimal government expenditure that maximizes the agent's wealth is found. Moreover in a stochastic model the government's participation into the economic activities through generating new technologies are studied; specifically there is a positive impact on growth and wealth from technological change induced by the government spending.

Keywords: endogenous growth, government expenditure, technological change, public sector

1. Introducción

En la actualidad, uno de los principales factores que influyen en el crecimiento económico de las naciones es el cambio tecnológico. El aumento en el nivel tecnológico al interior de una economía conduce a condiciones de organización, producción, asignación y distribución más eficientes, lo cual conduce a un incremento en la productividad. Lo anterior necesariamente se traduce en un mayor nivel de actividad económica, y esto se ve reflejado en la tasa de crecimiento económico.

En principio, es común suponer que la empresa, al interior del sector privado, es el único agente económico capaz de realizar actividades de investigación y desarrollo tecnológico que permitan sentar las bases para el cambio tecnológico. Debido a la búsqueda perpetua de una mayor ganancia, las empresas tratan de obtener las mayores ventajas posibles en la tecnología adoptada. Una de estas ventajas consiste en tener acceso a condiciones más eficientes de producción y distribución, vía el cambio tecnológico generado por

¹ Área de Empresas, Finanzas e Innovación. Departamento de Economía, Unidad Azcapotzalco, Universidad Autónoma Metropolitana. Correo electrónico: rivas.salvador@gmail.com

la propia empresa. Es aquí en donde se encuentra la motivación principal que tiene una empresa para invertir recursos en la investigación y el desarrollo tecnológico. Sin embargo, el gobierno es otro agente económico que puede invertir recursos en la investigación y el desarrollo tecnológico. En este caso, la motivación principal para invertir no se encuentra en la obtención de ganancias sino en el establecimiento de mejores condiciones estructurales, económicas y sociales, que se traduzcan en mejoras en la calidad de vida de sus habitantes; en otras palabras, metas de crecimiento y desarrollo de largo plazo.

Este fenómeno en la realidad existe, es decir, el sector gubernamental participa en las actividades de investigación y desarrollo de manera importante. De acuerdo con cifras de la agencia Europea de Estadísticas (Eurostat, 2012), el sector público en Finlandia financió en promedio el 33% del gasto en investigación y desarrollo tecnológico que realizó toda la economía en la década pasada, mientras que los gobiernos alemán y francés financiaron el 36% en el mismo periodo. Sin embargo, este comportamiento no es igual en América Latina. De hecho, salvo Brasil que presenta en promedio un 60% de financiamiento público en actividades de investigación y desarrollo tecnológico de 1994 al 2004, los demás países en América Latina tienen porcentajes de participación muy bajos (CEPAL 2012).

A nivel teórico y respecto al cambio tecnológico, Francis Bacon (1626) fue el primer científico que se preocupó por el porvenir de la ciencia y sus posibilidades futuras orientadas hacia la conquista de la naturaleza por el hombre, desarrollando así los primeros estudios relacionados con el progreso tecnológico. Por otra parte, el efecto sobre el crecimiento económico que tiene el progreso tecnológico fue estudiado inicialmente por Harrod (1939) mediante la introducción de una función de producción con producto marginal del capital constante. Posteriormente, los avances en este campo se dieron gracias a las aportaciones de Arrow (1962a), Uzawa (1965), Sheshinski (1967) y con un análisis exógeno Nordhaus (1969). Este último mostró que bajo condiciones de competencia monopolística, en un modelo de crecimiento, la empresa puede obtener una ganancia monopólica por sus innovaciones durante cierto periodo de tiempo.

Las primeras aportaciones, que inicialmente concibieron al cambio tecnológico como un proceso que explica las modificaciones en las condiciones de producción de las firmas en función de cambios cualitativos o cuantitativos de los insumos, tales como el stock de conocimiento, el capital humano o el trabajo calificado, fueron desarrolladas por Romer (1986 y 1990), Lucas (1988), Rivera-Batiz y Romer (1991). Recientemente, Ludvigson (1996) mostró que el progreso tecnológico sólo se da a través de un aumento en la productividad laboral, mientras que Boucekkine y De la Croix (2003) mostraron que si se presenta un cambio tecnológico, a través de un sector de investigación y de trabajo calificado, entonces los shocks tecnológicos afectan a la tasa de crecimiento. Por último, Reikard (2005) encontró que cuando el cambio tecnológico se da a través de un sector de investigación, las trayectorias de equilibrio dependen negativamente de los precios, y positivamente del producto.

Los desarrollos teóricos surgidos gracias a las bases establecidas por los autores ya mencionados, han repercutido de manera importante al interior de la teoría del crecimiento respecto al papel que juega el cambio tecnológico, generado por el sector privado, como determinante del crecimiento económico. A pesar de lo anterior, la teoría neoclásica del crecimiento económico presenta muy pocos desarrollos teóricos respecto al papel del gobierno en esta misma dirección, algunos de los cuales se hacen al interior de la teoría de la organización industrial, véase Morales (2004). Los análisis que incorporan al gobierno estudian fundamentalmente los efectos sobre el crecimiento debidos a modificaciones en la política fiscal y/o monetaria, a la deuda pública, al gasto en bienes públicos y a los niveles óptimos de impuestos, como en el caso de Turnovsky (1993, 1996, 1998, 1999, 2000a y 2000b), Futagami, Morita y Shibata (1993) y Cazzavillan (1996). Sin embargo, hay algunos estudios teóricos que han incorporado el progreso tecnológico generado por el gobierno, en el marco de la teoría neoclásica del crecimiento, véase Rivas-Aceves (2010a, 2010b); Rivas-Aceves y Venegas-Martínez (2008, 2010a, 2010b). Los autores encontraron que en estos desarrollos, a partir del equilibrio macroeconómico, el impacto que tiene el gasto de gobierno

sobre el crecimiento y el bienestar económico de los hogares es positivo, por lo que, los aumentos en el gasto incrementan la tasa de crecimiento y el bienestar económico.

El objetivo de la presente investigación es mostrar que el cambio tecnológico tiene un efecto positivo sobre el crecimiento económico, cuando es generado por el gobierno. Para ello, en el siguiente apartado se muestra evidencia empírica de la existencia de la participación del gobierno en el cambio tecnológico, especialmente en países desarrollados y países emergentes. En el apartado 3 se desarrolla un modelo determinista en donde se introduce al gobierno en las actividades económicas a través de la generación de nuevas tecnologías. Posteriormente, en el apartado 4, se realiza el mismo análisis respecto al gobierno pero ahora en un modelo de tipo estocástico. En el apartado 5 se profundiza dicho análisis al incorporar una microfundamentación más completa respecto al cambio tecnológico, la cual explica cómo sucede dicho cambio en las condiciones tecnológicas. Por último, se presentan las conclusiones, alcances, limitaciones y agenda pendiente de la presente investigación.

2. La participación del gobierno en el cambio tecnológico

A nivel mundial, diversos gobiernos destinan recursos públicos hacia actividades de innovación tecnológica. Para ilustrarlo, la Tabla 1 muestra el gasto en investigación y desarrollo (I+D) público y privado, como porcentaje del PIB, para países seleccionados; países como Finlandia y Suecia destinaron un porcentaje de su Producto Interno Bruto superior al 3%, a lo largo de la década pasada. Asimismo, se observa que Dinamarca, Alemania, Francia y Estados Unidos utilizaron un poco más del 2.5% del PIB. En este cuadro resalta el comportamiento creciente de este fenómeno para el caso de España.

Tabla 1. Gasto en Investigación y Desarrollo como porcentaje del PIB

	Finlandia	Suecia	Dinamarca	Alemania	Reino Unido	Japón	España	Francia	Estados Unidos
2000	3.35	3.58	2.24	2.47	1.81	3.02	0.91	2.15	2.63
2001	3.32	4.13	2.39	2.47	1.79	3.04	0.92	2.20	2.69
2002	3.36	4.01	2.51	2.50	1.79	3.12	0.99	2.24	2.71
2003	3.44	3.80	2.58	2.54	1.75	3.17	1.05	2.18	2.60
2004	3.45	3.58	2.48	2.50	1.68	3.20	1.06	2.16	2.60
2005	3.48	3.56	2.46	2.51	1.73	3.17	1.12	2.11	2.53
2006	3.48	3.68	2.48	2.54	1.75	3.32	1.20	2.11	2.56
2007	3.47	3.40	2.58	2.53	1.78	3.40	1.27	2.08	2.60
2008	3.70	3.70	2.85	2.69	1.79	3.44	1.35	2.12	2.66
2009	3.92	3.61	3.06	2.82	1.86	3.45	1.39	2.26	2.79
2010	3.87	3.42	3.06	2.82	1.77	3.45	1.39	2.26	2.79

Fuente: Elaboración propia con datos de Eurostat 2012.

Si se toma en cuenta ahora sólo la parte del porcentaje del PIB que el sector gubernamental destina para las actividades de investigación y desarrollo, presentada en la Tabla 2, podremos apreciar que una gran parte de los recursos destinados a dichas actividades proviene del sector público. Por ejemplo, gobiernos como el de Finlandia, Alemania, Japón, Francia y Estados Unidos gastan en promedio un poco más del 0.30% de su PIB. En particular, el gobierno español ha mostrado una creciente participación en este rubro, como se puede observar en la Tabla 2.

Tabla 2. Gasto en Investigación y Desarrollo del gobierno como porcentaje del PIB

	Finlandia	Suecia	Dinamarca	Alemania	Reino Unido	Japón	España	Francia	Estados Unidos
2000	0.35	0.12	0.28	0.34	0.23	0.30	0.14	0.37	0.28
2001	0.34	0.12	0.28	0.34	0.18	0.30	0.15	0.36	0.30
2002	0.35	0.13	0.18	0.34	0.16	0.30	0.15	0.37	0.32
2003	0.33	0.13	0.18	0.34	0.18	0.30	0.16	0.36	0.32
2004	0.33	0.11	0.17	0.34	0.18	0.30	0.17	0.37	0.31
2005	0.33	0.18	0.16	0.35	0.18	0.30	0.19	0.37	0.31
2006	0.32	0.17	0.16	0.35	0.17	0.28	0.20	0.35	0.30
2007	0.29	0.17	0.08	0.35	0.16	0.28	0.22	0.34	0.29
2008	0.30	0.16	0.07	0.38	0.16	0.27	0.25	0.34	0.30
2009	0.36	0.16	0.06	0.42	0.17	0.29	0.28	0.37	0.30
2010	0.36	0.17	0.06	0.41	0.17	0.29	0.28	0.37	0.30

Fuente: Elaboración propia con datos de Eurostat 2012.

Más todavía, la participación del gobierno en las actividades de investigación y desarrollo tecnológico en determinados países es más fuerte, tal y como lo muestra la Tabla 3, en donde la participación del sector público sobrepasa a la participación del sector privado.

Tabla 3. Gasto en investigación y desarrollo, porcentaje financiado por el gobierno

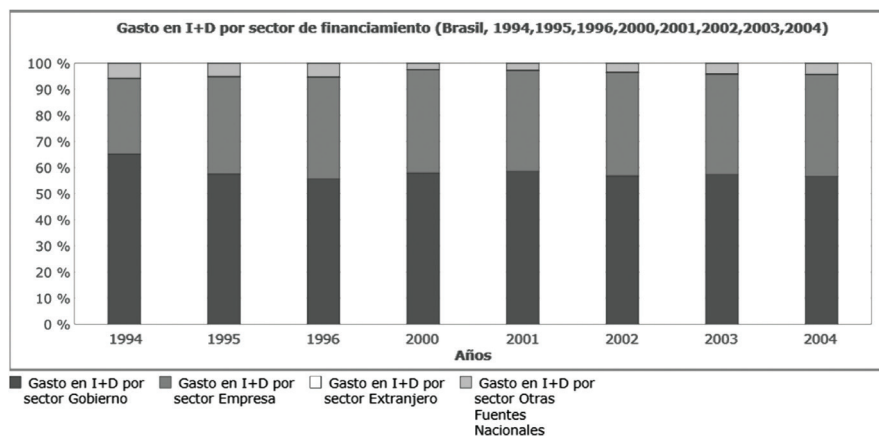
	Bulgaria	Chipre	Lituania	Polonia	Portugal	Rumania	Rusia
2000	69.7	66.5	61.7	66.5	64.8	40.8	54.8
2001	69.2	65.5	56.3	64.8	61.0	43.0	57.2
2002	66.2	61.6	65.1	61.9	60.5	48.4	58.4
2003	69.8	60.1	64.6	62.7	60.1	47.6	59.6
2004	66.9	64.1	63.1	61.7	57.5	49.0	60.6
2005	65.8	67.0	62.7	57.7	55.2	53.5	61.9
2006	63.9	66.5	53.6	57.5	48.6	64.1	61.1
2007	61.9	64.6	47.9	58.6	44.6	67.1	62.6
2008	56.7	64.1	55.6	59.8	43.7	70.1	64.7
2009	61.2	69.0	53.9	60.4	45.3	54.9	66.5
2010	60.5	69.0	47.5	60.9	45.3	54.4	70.3

Fuente: Elaboración propia con datos de Eurostat 2012.

Por otro lado, al analizar a países emergentes se puede verificar que la participación del gobierno en las actividades de investigación y desarrollo tecnológico tiene un gran peso. Por ejemplo, la siguiente gráfica muestra el gasto realizado en total en la economía brasileña por sector de financiamiento, en donde el gobierno financia, en promedio, 60% del gasto total de la economía.

Asimismo, la economía rusa presenta una composición similar, destacando que el sector público financia alrededor del 60% del gasto en I+D realizado al interior, tal y como lo muestra la Gráfica 2.

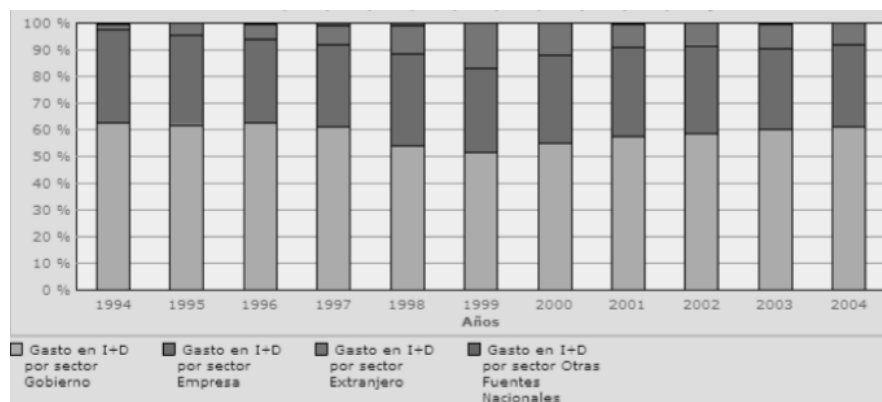
**Gráfica 1. Gasto en I+D por sector de financiamiento en Brasil
(años seleccionados)**



Fuente: CEPAL 2012.

La Gráfica 3 muestra que para el caso de Turquía, a pesar de que en los primeros años del periodo de análisis la participación del gobierno fue superior al 60%, la tendencia en el gasto financiado por el gobierno destinado a la investigación y el desarrollo tecnológico es decreciente, aunque siempre por encima del 50%, en promedio.

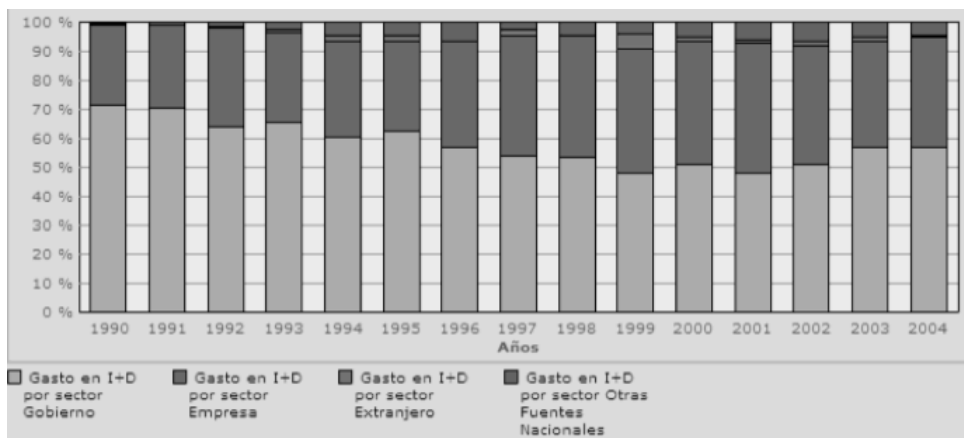
**Gráfica 2. Gasto en I+D por sector de financiamiento en Rusia
(años seleccionados)**



Fuente: CEPAL 2012.

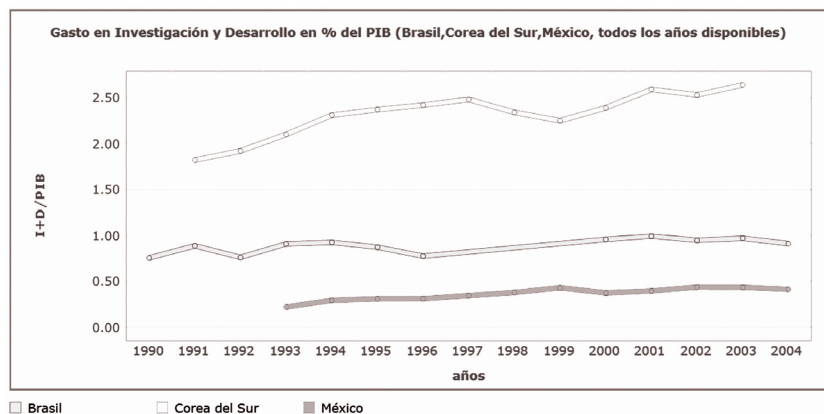
Lo anterior muestra de manera clara que no sólo existe el fenómeno de la participación del gobierno en la generación del cambio tecnológico, sino que además es un fenómeno global; tanto países desarrollados como emergentes tienen composiciones similares. Aunado a lo anterior, el porcentaje del PIB que las economías destinan a las actividades de investigación y desarrollo tecnológico es relativamente elevado. Para contrastar la evidencia anterior tomemos en cuenta a México, que de acuerdo con datos de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE, 2012) y del Banco Mundial (2012), del 2002 al 2007 se destinó en promedio sólo el 0.41% del Producto Interno Bruto para las actividades de investigación y desarrollo. La Gráfica 4 corrobora esta información para México respecto a Brasil y Corea del Sur, por tomar un par de ejemplos.

**Gráfica 3. Gasto en I+D por sector de financiamiento en Turquía
(años seleccionados)**



Fuente: CEPAL 2012.

**Gráfica 4. Gasto en I+D como porcentaje del PIB para Brasil, Corea del Sur y México
(años seleccionados)**



Fuente: CEPAL 2012.

Desafortunadamente, el porcentaje de participación del gasto del gobierno mexicano en dichas actividades ha sido muy pobre en comparación con otras economías; de acuerdo con el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT, 2012) la participación fue en promedio del 2.01% durante la primera década de este siglo, véase Tabla 4. De hecho, la participación del gobierno mexicano en dichas actividades ha mostrado un comportamiento decreciente, como se aprecia en la Tabla 4. No sólo se destinan pocos recursos en total (sector privado y sector público conjuntamente), sino que cada vez el gobierno participa menos en las actividades de investigación y desarrollo.

Ahora bien, si como ya mencionó previamente, la teoría neoclásica del crecimiento establece que el cambio tecnológico sólo puede generarse al interior del sector privado, pero si dicho sector por cualquier razón no lo hace o no de manera suficiente, entonces el gobierno pudiera tomar la batuta y realizar un cambio en las condiciones tecnológicas de la economía. Precisamente bajo esta hipótesis descansa el objeto de estudio de la

presente investigación; en países donde el cambio tecnológico no sucede a través del sector privado, deberá darse gracias al sector público. La forma de hacer, como se verá más adelante, es mediante gasto de gobierno aplicado de manera óptima. El gasto público puede tomar dos formas; puede ser un subsidio a la innovación a través de programas que busquen fomentar las actividades de investigación y desarrollo en las empresas; o bien puede tratarse de un gasto directamente destinado a paraestatales con el mismo objetivo (v.g., la National Aeronautics and Space Administration, NASA).

Tabla 4. Gasto en Investigación y Desarrollo en México como porcentaje del PIB y porcentaje financiado por el gobierno mexicano

	% PIB	% GOB
2001	0.41	2.56
2002	0.39	2.26
2003	0.39	2.36
2004	0.33	2.11
2005	0.34	2.12
2006	0.32	1.99
2007	0.32	1.87
2008	0.36	1.97
2009	0.39	1.87
2010	0.42	2.06

Fuente: Elaboración propia con datos de CONACYT, 2012.

3. El sector público y el cambio tecnológico

Suponga una economía con rendimientos constantes a escala, rendimientos marginales decrecientes respecto al consumo y agentes racionales con vida infinita. La economía no sostiene intercambios comerciales con otras economías, por lo que es cerrada. En esta economía, las empresas deciden no realizar actividades de investigación y desarrollo tecnológico, como consecuencia del poco desarrollo de mercado, debido a la ausencia de una institución que garantice los derechos de autor, patentes, etc., o por cualquier otra causa que genere que las empresas tengan la certeza de que dichas actividades no generarán ganancias adicionales. Por lo tanto, el gobierno es el único que interviene en las actividades de desarrollo de nuevas tecnologías, generando así un cambio tecnológico a través de un gasto. De esta manera, la productividad del capital se ve afectada y en consecuencia la función de producción toma la forma, véase Rivas-Aceves y Venegas-Martínez (2008):

$$y_t = Ag_t k_t \quad [1]$$

en donde $g_t > 0$ es el gasto per cápita que el gobierno destina para la generación de nuevas condiciones tecnológicas, A representa el nivel tecnológico disponible en la economía, y_t es el producto, y k_t es el capital físico. Para que se dé el cambio tecnológico es necesario que $g_t > 1$, ya que sólo así se cumple que $Ag_t > A$. Asimismo, se supone que cuando se gasta la totalidad del gasto se genera una mejora en las condiciones tecnológicas de la economía, es decir, no existe una parte del gasto que sea improductivo en el sentido de que no genere cambio tecnológico. El gobierno obtiene recursos por medio de un impuesto al consumo τ_c que destina en su totalidad para financiar la generación de nuevas tecnologías, por lo que, la restricción presupuestal del gobierno es:

$$g_t = \tau_c c_t \quad [2]$$

Por su parte, los consumidores buscan maximizar el nivel de utilidad que obtienen gracias al consumo de un único bien perecedero, el cual está dado por:

$$U = \int_0^{\infty} \ln c_t e^{-\rho t} dt \quad [3]$$

en donde c_t es el consumo per cápita y $0 < \rho < 1$ es la tasa subjetiva de descuento que mide qué tan impaciente está un individuo por el consumo presente. La forma funcional de la utilidad, $u(c_t) = \ln c_t$, cumple con que $u'(c) > 0$ y $u''(c) < 0$. De manera adicional, se supone que el consumidor es dueño de la empresa, por lo tanto, toma decisiones de producción y consumo simultáneamente. En consecuencia, la restricción presupuestal del consumidor está dada por:

$$k_0 = \int_0^{\infty} (1 + \tau_c) c e^{-R_t t} dt \quad [4]$$

$$R_t = \int_0^t r_s ds \quad [5]$$

en donde k_0 es el capital inicial y es conocido, y R_t es la tasa de interés real. Como el objetivo de la empresa consiste en maximizar sus beneficios, dados por:

$$\Pi_t = y_t - r_t k_t, \quad [6]$$

y al sustituir (1) en (6), entonces dicha maximización muestra que $AG_t = r_t$. Por lo tanto se puede reescribir (4) como:

$$k_0 = \int_0^{\infty} (1 + \tau_c) c e^{-(AG_t)t} dt \quad [7]$$

$$G_t = \int_0^t g_s ds \quad [8]$$

Las condiciones de primer orden necesarias para una solución interior, resultantes del problema de optimización dado por (3), (7) y (8), véase Apéndice Matemático, son:

$$\frac{1}{c_t} = \lambda_t (1 + \tau_c) \quad [9]$$

$$\dot{k}_t = AG_t k_t - (1 + \tau_c) c_t \quad [10]$$

$$AG_t \lambda_t = -\dot{\lambda}_t + \lambda_t \rho \quad [11]$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} k_t e^{-AG_t t} = 0 \quad [12]$$

Bajo estas condiciones los niveles de consumo, capital físico, producto y tasa de crecimiento (ψ_t), al considerar (8), en el equilibrio macroeconómico son:

$$c_t = \frac{\rho k_0}{(1 + \tau_c)} e^{A \int_0^t g_s ds - \rho t}, \quad [13]$$

$$k_t = k_0 e^{A \int_0^t g_s ds - \rho t}, \quad [14]$$

$$y_t = AG_t k_0 e^{A \int_0^t g_s ds - \rho t}, \quad [15]$$

$$\psi_t = A \int_0^t g_s ds - \rho. \quad [16]$$

Se aprecia que el nivel de consumo depende de las preferencias de los individuos y del capital inicial de manera positiva, en consecuencia un incremento en cualquiera de estas variables conduce a un mayor consumo, mientras que depende del impuesto al consumo de forma negativa, por lo que, un aumento en el impuesto al consumo disminuye el mismo. Por su parte, el nivel de capital sólo está determinado por el capital inicial de la economía. El producto depende del nivel tecnológico existente en la economía, del gasto que el gobierno realice en desarrollo tecnológico y del capital inicial. Por último, la tasa de crecimiento económico depende del nivel tecnológico existente en la economía, del gasto de gobierno y de las preferencias de los individuos. Dicha crecimiento es balanceado y será positivo siempre que se cumpla con:

$$\rho < AG_t \quad [17]$$

Una vez que se han determinado los óptimos, se encuentra la función de bienestar económico de los hogares, \mathcal{W} , a través de la sustitución de (13) en (3), la cual está dada por:

$$\mathcal{W} = \int_0^\infty \ln \left(\frac{\rho k_0}{(1 + \tau_c)} e^{[AG_t - \rho]t} \right) e^{-\rho t} dt \quad [18]$$

En virtud de que la tasa de interés real es una variable que depende del tiempo, y al considerar que $AG_t = r_t$, se puede definir lo siguiente:

$$R_t = \int_0^t r_s ds = A \int_0^t g_s ds = AG_t \quad [19]$$

$$G_t = g_t \quad [20]$$

Por lo tanto, el bienestar económico de los hogares se puede reescribir como:

$$\mathcal{W} = \int_0^{\infty} \left[\ln \left(\frac{\rho k_0}{(1 + \tau_c)} \right) + A \int_0^t g_s ds - \rho t \right] e^{-\rho t} dt, \quad [21]$$

equivalentemente,

$$\mathcal{W} = \int_0^{\infty} \left[\ln \left(\frac{\rho k_0}{(1 + \tau_c)} \right) + A G_t - \rho t \right] e^{-\rho t} dt. \quad [22]$$

En consecuencia, el bienestar económico depende de las preferencias de los individuos, del capital inicial, del nivel tecnológico de la economía y de las variables de decisión del gobierno, gasto e impuesto al consumo. Hasta este momento se conocen sólo las condiciones de equilibrio del sector privado pero no así del sector público, por lo que, a continuación se determina el comportamiento del gasto. El gobierno, debido a su carácter altruista, tiene el interés de determinar el nivel óptimo de su gasto tal que el bienestar económico, \mathcal{W} de los hogares sea el máximo posible. Si se sustituye el nivel de consumo óptimo dado por la ecuación (13) en (2), entonces la restricción del gobierno es:

$$g_t = \left[\tau_c \frac{\rho k_0}{(1 + \tau_c)} \right] e^{[AG_t - \rho]t} \quad [23]$$

y de manera análoga, cuando se sustituye (19) y (20) en (23) se encuentra que:

$$0 = G_t - \left(\frac{\tau_c \rho k_0}{(1 + \tau_c)} \right) e^{AG_t - \rho t} \quad [24]$$

Por lo tanto, el problema de optimización del gobierno consiste en maximizar (22) sujeto a (24), y mediante la ecuación de Euler-Lagrange (condición de primer orden) se obtiene:

$$Ae^{-\rho t} - \lambda_t A \left(\frac{\tau_c \rho k_0}{(1 + \tau_c)} \right) e^{AG_t - \rho t} - \lambda_t = 0 \quad [25]$$

Si el gobierno considera el costo social de su gasto de la forma $\lambda = \lambda_0 e^{-At}$, y al renombrar $\left(\frac{\tau_c \rho k_0}{(1 + \tau_c)} \right) = B$ entonces de la ecuación (25) resulta que:

$$G_t = t + \frac{\rho t}{BA} - \frac{t}{B} + \frac{1}{BA\lambda_0} + \frac{1}{BA} - \frac{1}{A} \quad [26]$$

En consecuencia, el gasto que el gobierno destinará a las actividades de investigación y desarrollo tecnológico, al tomar en cuenta (20), es:

$$g_t = g = 1 + \frac{\rho}{BA} - \frac{1}{B} \quad [27]$$

Para que el gasto sea mayor a la unidad bajo las condiciones establecidas por la ecuación anterior y así lograr el cambio tecnológico, es necesario que $A > \rho$, es decir, que la economía esté creciendo. Con esa cantidad de gasto, el nuevo nivel tecnológico, la tasa de crecimiento y el producto de la economía son, respectivamente:

$$\hat{A} = A + \frac{(1 + \tau_c)(\rho - A)}{\tau_c \rho k_0} \quad [28]$$

$$\psi = \hat{A} - \rho \quad [29]$$

$$y_t = \hat{A} k_0 e^{(\hat{A} - \rho)t} \quad [30]$$

Evidentemente \hat{A} representa las nuevas condiciones tecnológicas de producción en la economía debido al salto en las mismas ocasionado por la participación del gobierno, por lo que, el nivel tecnológico y la tasa de crecimiento son mayores. Asimismo, el producto, el consumo y el capital presentan trayectorias mayores que las correspondientes en ausencia del gobierno, debido a (29). De manera similar, si ahora el gobierno considera el costo social de su gasto de la forma $\lambda_t = \lambda_0 e^{-\rho A t}$, entonces:

$$G_t = \rho t + \frac{\rho^2 t}{BA} - \frac{\rho^2 t}{B} + \frac{1}{BA \lambda_0} + \frac{\rho}{BA} - \frac{1}{A} \quad [31]$$

y

$$g_t = g = \rho + \rho^2 \left(\frac{1 - A}{AB} \right) \quad [32]$$

en donde $A < 1$ se tiene que cumplir para que $g > 1$, sin importar si la economía está creciendo o no. Por lo tanto, el nuevo nivel tecnológico, la tasa de crecimiento y el producto son:

$$\tilde{A} = A\rho + A\rho^2 \left(\frac{(1 + \tau_c)(1 - A)}{A\tau_c \rho k_0} \right) \quad [33]$$

$$\psi = \tilde{A} - \rho \quad [34]$$

$$y_t = \tilde{A} k_0 e^{(\tilde{A} - \rho)t} \quad [35]$$

De igual manera, el nivel tecnológico, el crecimiento y el producto son mayores que en ausencia del gobierno, con lo que el salto en las condiciones tecnológicas se vuelve a dar. Por último, si el gobierno considera que $\lambda_t = \lambda_0 e^{A-\rho t}$, en consecuencia se obtiene que:

$$G_t = \frac{\rho t}{A} + \frac{\rho t}{BA} - t - \frac{t}{B} + \frac{\rho}{A^2 B} + \frac{1}{BA\lambda_0} + \frac{1}{BA} - \frac{1}{A} \quad [36]$$

y

$$g_t = g = \left(\frac{B+1}{B} \right) \left(\frac{\rho - A}{A} \right) \quad [37]$$

Para que $g > 1$ es necesario que $A < \rho < 1$, en cuyo caso el nuevo nivel tecnológico, la tasa de crecimiento y el producto son:

$$A = \frac{\left(\frac{\tau_c \rho k_0}{(1+\tau_c)} + 1 \right) (\rho - A)}{\frac{\tau_c \rho k_0}{(1+\tau_c)}} \quad [38]$$

$$\psi = A - \rho \quad [39]$$

$$y_t = A k_0 e^{\left(\frac{A-\rho}{B} \right) t} \quad [40]$$

Análogamente se cumple que el nivel tecnológico, el crecimiento y el producto son mayores que en ausencia del gobierno. Al determinar el nivel óptimo de gasto de gobierno, se encuentra también el estado estacionario de la economía. Es importante señalar que sólo existe un único óptimo en el nivel de gasto de gobierno, toda vez que es el resultado de un proceso de maximización del bienestar sujeto a los recursos del gobierno. Por lo tanto, el gasto no se puede decidir de manera aleatoria o por corazonada de los tomadores de decisiones, lo que implica que un gasto no óptimo puede o no generar crecimiento, puede o no generar cambio tecnológico y puede o no mejorar el bienestar. En consecuencia, el gobierno tiene el incentivo de escoger siempre el nivel óptimo de gasto porque es el que garantiza el cambio tecnológico, una tasa de crecimiento mayor y el mejoramiento del bienestar social, todo al mismo tiempo. Lo anterior marca una diferencia sustancial respecto del modelo de Barro (1990), ya que en el modelo aquí planteado el gobierno decide el nivel de gasto bajo la consigna de obtener el bienestar máximo de los agentes, lo que Barro no analiza. Por último, se pueden sustituir en (22) cualquiera de los niveles de gasto óptimo establecidos por (26), (31) o (36), y determinar el bienestar económico para conocer exactamente las condiciones de vida de los hogares cuando se ejerce el gasto. El modelo propuesto muestra el efecto positivo sobre el crecimiento debido al gasto gubernamental en investigación y desarrollo tecnológico, toda vez que genera un salto en las condiciones tecnológicas de la economía.

4. La economía bajo incertidumbre

Ahora suponga que, en la misma economía descrita en el apartado anterior, los agentes económicos se preocupan por su descendencia, es decir, por sus hijos, los hijos de sus hijos y así sin un final, y además

presentan dotaciones iniciales idénticas. Estos agentes obtienen utilidad debido al consumo de un bien perecedero, de acuerdo al valor esperado de la siguiente función de felicidad:

$$E \left\{ \int_0^{\infty} u(c) e^{-\rho t} dt \middle| \mathcal{F}_0 \right\} \quad [41]$$

Esta especificación cumple con la ley de rendimientos marginales decrecientes. Al suponer una utilidad de la forma $u(c) = \ln c$ para el consumidor, se puede obtener su función de utilidad von Neumann-Morgenstern separable al tiempo $t = 0$ siguiente:

$$\mathcal{V}_0 = E \left\{ \int_0^{\infty} \ln c e^{-\rho t} ds \middle| \mathcal{F}_0 \right\} \quad [42]$$

en donde \mathcal{F}_0 es la información inicial disponible para el consumidor. Asimismo, los individuos también toman decisiones de producción bajo las siguientes condiciones, véase Rivas-Aceves (2010a):

$$dy = AGk \quad [43]$$

con A que mide el nivel tecnológico de la economía, G que es el gasto de gobierno destinado al cambio tecnológico y k que es el capital físico necesario para producir una unidad de producto y . Siguiendo con la especificación establecida en la ecuación (1), suponga que:

$$G = \frac{dg}{g} = \mu_g dt + \sigma_g dw \quad [44]$$

La ecuación anterior muestra el rendimiento del gasto de gobierno en inversión en tecnología. Para efectos de simplicidad en el análisis, en adelante se omitirá el impuesto al consumo establecido en el apartado anterior. En la ecuación anterior, μ_g mide el gasto presupuestado esperado, σ_g mide los cambios instantáneos destinados a la generación de tecnología, y dw es una variable aleatoria con media cero y varianza $\sigma_g^2 dt$. De manera análoga a las condiciones establecidas en el apartado 2, respecto al cambio tecnológico, para que a partir de (44) se de dicho cambio es necesario que $AG > A$, lo que implica que $G > 1$. Por la identidad de la renta nacional:

$$dy = dk + cdt \quad [45]$$

se sabe que la ecuación de acumulación del capital, al sustituir (43) en (45), está medida por la siguiente ecuación diferencial lineal estocástica homogénea:

$$dk = AGk - c dt \quad [46]$$

y al sustituir la ecuación (44) en (46) la restricción presupuestal se reescribe como:

$$dk = k \left(A\mu_g - \frac{c}{k} \right) dt + k\sigma_g dw \quad [47]$$

Del problema de control óptimo estocástico dado por (42) y (47), véase Apéndice Matemático, se obtiene la siguiente condición Hamilton-Jacobi-Bellman (H-J-B):

$$0 = \ln c - \rho V(k) + kV'(k) \left(A\mu_g - \frac{c}{k} \right) + \frac{1}{2} V''(k) k^2 \sigma_g^2 A^2 \quad [48]$$

Suponga que $V(k) = \beta_0 + \beta_1 \ln k$, si se deriva la ecuación (48) con respecto a c se encuentran las siguientes condiciones:

$$1/c - V'(k) = 0, \quad [49]$$

$$V'(k) = \beta_1 / k \quad [50]$$

$$V''(k) = -\beta_1 / k^2 \quad [51]$$

Cuando se sustituye (50) en (49) se obtiene:

$$c = k / \beta_1 \quad [52]$$

Por lo tanto, la condición Hamilton-Jacobi-Bellman (H-J-B) se puede reescribir de la siguiente manera:

$$0 = \ln k (1 - \rho\beta_1) - \ln \beta_1 - \rho\beta_0 + \beta_1 A\mu_g - 1 - \frac{1}{2} \beta_1 \sigma_g^2 A^2 \quad [53]$$

Nótese que la condición *H-J-B* anterior aparece en función del nivel tecnológico de la economía medido por A . Cuando se establece que $(1 - \rho\beta_1) = 0$, entonces:

$$0 = \ln \rho - \rho\beta_0 + \frac{A\mu_g}{\rho} - \frac{\sigma_g^2 A^2}{2\rho} - 1 \quad [54]$$

Por lo tanto, se puede establecer el siguiente equilibrio macroeconómico:

$$\beta_1 = \frac{1}{\rho} \quad [55]$$

$$\beta_0 = \frac{1}{\rho} \left(\ln \rho - 1 + \frac{A\mu_g}{\rho} - \frac{\sigma_g^2 A^2}{2\rho} \right) \quad [56]$$

$$k = k_0 e^{\left(A\mu_g - \rho - \frac{1}{2}A^2\sigma_g^2\right)t + gW_t} \quad [57]$$

$$c = \rho k_0 e^{\left(A\mu_g - \rho - \frac{1}{2}A^2\sigma_g^2\right)t + A\sigma_g W_t} \quad [58]$$

$$\psi = A\mu_g - \rho - \frac{1}{2}A^2\sigma_g^2 + g\xi \quad [59]$$

en donde $\xi = W_t$ y $\xi \sim N(0,1)$. Como se aprecia, la trayectoria del capital depende sólo del capital inicial existente en la economía, mientras que la trayectoria óptima del consumo depende del parámetro de preferencias y del capital inicial. Por su parte, la tasa de crecimiento de la economía depende del gasto que el gobierno destine a la generación de nueva tecnología, del nivel tecnológico de la economía y las

preferencias de los individuos. La economía crecerá solo si $A\mu_g + g\xi > -\rho - \frac{1}{2}A^2\sigma_g^2$, en caso contrario la economía decrecerá. Asimismo, la ecuación (59) muestra que el gasto esperado de gobierno tiene un efecto positivo sobre el crecimiento. Por su parte, las modificaciones continuas en dicho gasto medidas por σ_g^2 tienen un efecto negativo sobre la tasa de crecimiento. Por lo tanto, es deseable tener siempre el mismo flujo de recursos orientados al cambio tecnológico. Esto verifica los resultados obtenidos en el apartado anterior, en el sentido de que lo que importa es un gasto constante, para cada momento t , destinado a la generación de nuevas tecnologías porque sólo así se consigue que la economía crezca a una tasa mayor. En resumen, el impacto positivo sobre el crecimiento debido a la participación del gobierno en las actividades económicas, a través de la generación de nuevas tecnologías, se verifica bajo condiciones de certidumbre y de incertidumbre.

Para analizar el impacto del gasto sobre el bienestar económico de los hogares, es necesario recordar que:

$$\mathcal{V} = E \left\{ \int_t^\infty \ln c e^{-\rho t} ds \middle| \mathcal{F}_t \right\} = \mathcal{J}(k, t) = V(k) e^{-\rho t} = (\beta_0 + \beta_1 \ln k) e^{-\rho t} \quad [60]$$

Por lo que, cuando se sustituyen las ecuaciones (55) y (56) en (60) se obtiene la función de utilidad indirecta al tiempo t siguiente:

$$\mathcal{J}(k, t) = \frac{1}{\rho} \left(\ln \rho - 1 + \frac{A\mu_g}{\rho} - \frac{\sigma_g^2 A^2}{2\rho} + \ln k \right) e^{-\rho t} \quad [61]$$

Equivalentemente, al evaluar en $t=0$, se tiene:

$$\mathcal{W} = \mathcal{J}(k, 0) = \frac{1}{\rho} \left(\ln \rho - 1 + \frac{A\mu_g}{\rho} - \frac{\sigma_g^2 A^2}{2\rho} \right) + \frac{1}{\rho} k_0 \quad [62]$$

El siguiente ejercicio de estática comparativa nos permite mostrar que la participación del gobierno a través del gasto esperado tiene un efecto positivo sobre el bienestar, como se parecía en (63), mientras que cambios drásticos instantáneos en dicho gasto tiene un impacto negativo, véase (64).

$$\frac{\partial \mathcal{W}}{\partial \mu_g} = \frac{A}{\rho^2} > 0 \quad [63]$$

$$\frac{\partial \mathcal{W}}{\partial \sigma_a} = -2 \frac{\sigma_g A^2}{\rho^2} < 0 \quad [64]$$

En consecuencia, se ha mostrado que el gobierno puede y debe intervenir en las actividades de innovación y desarrollo tecnológico, sobre todo cuando el sector privado no lleva a cabo dichas actividades, ya que contribuye de manera positiva a que la economía crezca a un mayor ritmo.

5. La generación del cambio tecnológico al interior del gobierno

Existen países, sobre todo en los desarrollados, cuya característica primordial respecto a la política tecnológica radica en tener laboratorios patrocinados por recursos del presupuesto gubernamental en donde se realizan actividades de investigación, generación y desarrollo tecnológico, tanto teórico como práctico. Es precisamente ahí en donde el cambio tecnológico ocurre vía gobierno, como se mencionaba anteriormente en el ejemplo de la NASA.

Pero dicho cambio no ocurre de la nada. Sucede gracias a la información que está disponible al interior de dichos laboratorios, y con base en ella los científicos idean nuevas propuestas para una nueva tecnología, en función de herramientas, planos, o teorías que, en general, surgen debido a dichas propuestas. Significa que existe un conjunto de conocimiento previo que permite sentar las bases para su expansión en términos de nuevas ideas.

La literatura de especialidad respecto a la introducción de las ideas dentro de la teoría económica surge a partir de los años sesentas con Kuznets (1960), quien introduce por primera vez la noción de un vínculo entre las ideas, la población y el crecimiento económico. Asimismo, Boserup (1965) enfatiza que la adopción de nuevas tecnologías se da gracias al crecimiento de la población.

La introducción de las ideas al análisis en la teoría del crecimiento neoclásico genera un problema respecto al supuesto de rendimientos constantes a escala y, por ende, respecto al equilibrio competitivo de los modelos neoclásicos del crecimiento, como lo muestran Arrow (1962b) y Shell (1966). De igual forma, Phleps (1966) y Nordhaus (1969), realizaron desarrollos teóricos respecto a la no rivalidad del conocimiento y de cómo esta conduce a rendimientos crecientes a escala. En términos de competencia imperfecta, Spence (1976) y Dixit y Stiglitz (1977) hicieron estudios con la introducción de las ideas en el campo de la economía. Pero fueron Romer (1986, 1987, 1990), Aghion y Howitt (1992) y Grossman y Helpman (1991) los que delimitaron de manera clara la relación entre ideas y crecimiento económico.

Estos planteamientos se basan en el supuesto de que la información disponible en la economía es no rival, es decir, está disponible para todos y en todo momento sin costo de adquisición o reproducción para el caso de los planos, manuales o cualquier impreso. Lo anterior conduce a rendimientos crecientes a escala toda vez que, al ser la función de producción homogénea de grado uno, al duplicar los factores de la producción (incluido el stock de ideas), el producto aumenta en más del doble. Sin embargo, el gobierno puede tener o producir información que sea rival y/o potencialmente exclusiva, de tal forma que se mantengan constantes los rendimientos a escala en los factores de la producción. Precisamente, esta es la idea que se encuentra detrás de la explicación del proceso del cambio tecnológico propuesto a continuación.

Se consideran los mismos supuestos bases de la economía, es decir, agentes con vida infinita, economía cerrada y agentes que deciden satisfacer su máxima utilidad debido al consumo en función de:

$$\mathcal{V}_0 = E \left\{ \int_0^{\infty} \ln c e^{-\rho t} ds \middle| \mathcal{F}_0 \right\} \quad [65]$$

La forma de su restricción presupuestal en principio es la misma, es decir:

$$dk = k dA - c dt \quad [66]$$

Sin embargo, la dinámica del nivel tecnológico de la economía es distinta ya que ahora el cambio tecnológico en la economía está determinado por las acciones que el gobierno realiza, en el ámbito tecnológico, de la siguiente manera. Suponga que el gobierno posee información en función de Ω , es decir, herramientas, manuales, planos, teorías, etc., disponible en cada momento t sólo al interior de los laboratorios públicos: es un tipo de conocimiento que no se encuentra en universidades ni bibliotecas, ya que compone el conocimiento de frontera en estricto sentido. En consecuencia, la información no está al alcance del sector privado, es decir, la información es rival o exclusiva.

Dicha información se modifica en función del conocimiento nuevo generado a partir de las ideas y aportaciones de los científicos que trabajan al interior de los laboratorios, de tal forma que aumenta debido a los recursos que el mismo gobierno destina, por lo tanto, se cumplen las siguientes condiciones:

$$\Omega'(t) > 0 \quad [67]$$

$$\Omega(0) = 0 \quad [68]$$

$$\Omega(\infty) = \infty \quad [69]$$

Así, el comportamiento tecnológico de la economía está dado por:

$$dG = \frac{dA}{A} = \Omega(g dt + \hat{g} dw) \quad [70]$$

en donde A mide el nivel tecnológico generado por el gobierno, g mide los esfuerzos esperados en términos de laboratorios, capital físico, capital humano, recursos monetarios, etc., \hat{g} representa los cambios en dichos esfuerzos, es decir, entradas y salidas del capital humano, fuga de cerebros, inversiones o desinversiones al interior de los laboratorios, pérdidas de información, compra o descompostura de maquinaria y equipo, y/o modificaciones en el gasto, y dw es una variable aleatoria con media cero y varianza $g^2 dt$. Cuando se sustituye la ecuación (70) en (66) y se simplifica se obtiene la siguiente ecuación diferencial lineal estocástica homogénea que mide la acumulación del capital:

$$dk = k(\Omega g) dt + k(\Omega \hat{g}) dw \quad [71]$$

La ecuación (H-J-B) correspondiente al problema de control óptimo estocástico establecido por (65) y (71), véase Apéndice Matemático, es:

$$0 = \ln c - \rho V(k) + kV'(k) \left(\Omega g - \frac{c}{k} \right) + \frac{1}{2} V''(k) k^2 (\Omega \hat{g})^2 \quad [72]$$

Para poder solucionar la ecuación anterior se propone que $V(k) = \gamma_0 + \gamma_1 \ln k$, y al derivar dicha ecuación con respecto al consumo se encuentra que:

$$1/c - V'(k) = 0 \quad [73]$$

$$V'(k) = \gamma_1 / k \quad [74]$$

$$V''(k) = -\gamma_1 / k^2 \quad [75]$$

$$c = k / \gamma_1 \quad [76]$$

Si se sustituyen las condiciones anteriores en (72), entonces se puede reescribir la condición (H-J-B) como:

$$0 = \ln k (1 - \rho \gamma_1) - \ln \gamma_1 - \rho \gamma_0 + \gamma_1 (\Omega g) - 1 - \frac{1}{2} \gamma_1 (\Omega \hat{g})^2 \quad [77]$$

Nótese que se puede establecer lo siguiente:

$$\mathcal{I} = \Omega g \quad [78]$$

$$\hat{\mathcal{I}} = (\Omega \hat{g})^2 \quad [79]$$

La ecuación (78) es lo que denomino la Función de Innovación Gubernamental de la parte determinista de la economía, mientras que la ecuación (79) es la Función de Innovación Gubernamental de la parte estocástica de la economía. Se puede apreciar que la innovación tecnológica está en función del conocimiento disponible por el gobierno en la economía y de los esfuerzos públicos que se hacen para la generación de nuevas tecnologías. Si $(1 - \rho \gamma_1) = 0$, entonces:

$$0 = \ln \rho - \rho \gamma_0 + \frac{\mathcal{I}}{\rho} - \frac{\hat{\mathcal{I}}}{2\rho} - 1 \quad [80]$$

El equilibrio macroeconómico, por lo tanto, es:

$$\gamma_1 = \frac{1}{\rho} \quad [81]$$

$$\gamma_0 = \frac{1}{\rho} \left(\ln \rho - 1 + \frac{\mathcal{I}}{\rho} - \frac{\hat{\mathcal{I}}}{2\rho} \right) \quad [82]$$

$$k = k_0 e^{\left(\mathcal{I} - \rho - \frac{1}{2} \hat{\mathcal{I}} \right) t + \mathcal{I} Z_t} \quad [83]$$

$$c = \rho k_0 e^{\left(\mathcal{I} - \rho - \frac{1}{2} \hat{\mathcal{I}} \right) t + \mathcal{I} Z_t} \quad [84]$$

$$\psi = \mathcal{I} - \rho - \frac{\hat{\mathcal{I}}}{2} + \mathcal{I} \xi \quad [85]$$

en donde $\xi = Z_t$ y $\xi \sim \mathcal{N}(0,1)$. Es importante señalar que el equilibrio depende de la innovación realizada por el sector público, la cual a su vez está medida por la Función de Innovación I . El impacto que tiene la innovación sobre el crecimiento económico es positivo, por lo tanto, la participación del gobierno en las actividades de innovación y desarrollo es necesaria para lograr una senda de crecimiento mayor.

Bajo estas condiciones, la economía crecerá sólo si $\mathcal{I} + \mathcal{I}\xi > -\rho - \frac{1}{2} \hat{\mathcal{I}}$, en caso contrario la economía decrecerá.

Estos resultados coinciden con los establecidos en el capítulo anterior, en el sentido de que los esfuerzos constantes en materia de investigación y desarrollo son de vital importancia para fomentar ritmos de crecimiento mayores. Otro resultado importante se encuentra en el hecho de que la tasa de crecimiento de la economía depende del ritmo al cual se incrementa el conjunto de información gubernamental.

Analicemos ahora el impacto que tiene la Función de Innovación Gubernamental sobre el bienestar. Para ello, suponga que la información es estacionaria, es decir, $\Omega = \Omega_0$ y además recuerde que:

$$\mathcal{V} = E \left\{ \int_t^\infty \ln c e^{-\rho t} ds \middle| \mathcal{F}_t \right\} = \mathcal{J}(k, t) = V(k) e^{-\rho t} = (\gamma_0 + \gamma_1 \ln k) e^{-\rho t} \quad [86]$$

al sustituir (75) y (76) se llega a:

$$\mathcal{J}(k, t) = \frac{1}{\rho} \left(\ln \rho - 1 + \frac{\mathcal{I}}{\rho} - \frac{\hat{\mathcal{I}}}{2\rho} \right) e^{-\rho t} + \frac{1}{\rho} \ln k e^{-\rho t} \quad [87]$$

Si se evalúa (87) en $t=0$ y se sustituyen (78) y (79), entonces se encuentra la función de utilidad indirecta que mide el bienestar económico de los hogares siguiente:

$$\mathcal{W} = \mathcal{J}(k, 0) = \frac{1}{\rho} \left(\frac{(\Omega_0 g)}{\rho} - \frac{(\Omega_0 \hat{g})^2}{2\rho} \right) + \frac{1}{\rho} (\ln \rho - 1 + k_0) \quad [88]$$

De lo anterior, un ejercicio de estática comparativa nos muestra que el impacto sobre el bienestar económico de los hogares también es positivo, cuando el gobierno genera un cambio tecnológico, ya que:

$$\frac{\partial \mathcal{W}}{\partial g} = \frac{\Omega_0}{\rho^2} > 0 \quad [89]$$

$$\frac{\partial \mathcal{W}}{\partial \Omega_0} = \frac{g}{\rho^2} > 0 \quad [90]$$

En consecuencia, son deseables los esfuerzos públicos destinados a la generación de nuevas tecnologías para alcanzar metas de crecimiento económico de corto y mediano plazo, tales que lleven al mejoramiento de la productividad de los factores, así como al aumento de las actividades económicas reflejado en una mayor tasa de crecimiento económico, lo que de manera conjunta genera un aumento en el bienestar económico de los hogares.

6. Conclusiones

Utilizando un modelo de economía cerrada, bajo ambientes deterministas, con rendimientos constantes a escala y productos marginales decrecientes, se mostró que el efecto que tiene sobre el crecimiento económico un cambio tecnológico generado por el gobierno, cuando el sector privado no lleva a cabo actividades de innovación que generen el progreso tecnológico, es positivo. Más todavía, existe un nivel óptimo de gasto de gobierno que se destina a la generación de nueva tecnología tal que maximiza el bienestar económico de los hogares, bajo diferentes hipótesis de evaluación del costo social inherente al gasto de gobierno.

Asimismo, los resultados ya mencionados se mantienen cuando la economía se modela bajo ambientes estocásticos. En particular, el efecto sobre el crecimiento económico y el bienestar de los hogares sigue siendo positivo cuando el gobierno destina recursos, de manera constante, hacia la generación de nuevas tecnologías. De manera adicional, se estableció la Función de Innovación Gubernamental, la cual explica de manera más clara en función de qué dependen las mejoras en las condiciones tecnológicas de la economía, en específico si sólo el gobierno lleva a cabo dichas actividades.

Dentro de las principales limitaciones que caracterizan este tipo de análisis se pueden enlistar las siguientes; en primer lugar, en el modelo teórico la productividad marginal del capital es siempre creciente en el gasto público, por lo que no existe la posibilidad de saciedad del gasto gubernamental en el producto. En segundo lugar, no es posible que las autoridades escojan mal el nivel de gasto o que lo asignen improductivamente, ya sea por falta de información o porque no tiene incentivos suficientes, lo que deja de lado el enfoque de la elección pública respecto de maximizar presupuesto u ocio a la hora de tomar la decisión de ejercer el gasto. En tercer lugar, suponer que el gobierno sólo interviene en el desarrollo tecnológico es poco real, ya que existen muchas otras actividades más que realiza este agente económico, por lo que ampliar el papel del gobierno resulta necesario. En cuarto lugar, la suposición de que el gobierno sólo obtiene recursos a través

de un único impuesto al consumo es muy restrictiva, ampliar sobre este camino sin duda es necesario. Finalmente, el supuesto de que la economía es cerrada elimina los posibles efectos que puedan tener el comercio internacional y la difusión tecnológica sobre el crecimiento. La agenda de investigación deberá tomar este camino.

Referencias

- Aghion, P. & Howitt, P. (1992). "A Model of Growth Through Creative Destruction". *Econometrica*, 60 (2), 323-351.
- Arrow, K. (1962a) "The Economic Implications of Learning by Doing". *Review of Economic Studies*, 29 (3), 155-173.
- Arrow, K. (1962b) "Economic Welfare and the Allocation of Resources for Invention". En: Nelson, R.R. (Ed.), *The rate and direction of inventive activity: Economic and social factors*, Princeton University Press and NBER, 609-625.
- Bacon, F. (1926). *The New Atlantis*, London, Harvard Classics.
- Banco Mundial (2012). *Base de datos en Ciencia y Tecnología*. Recuperado de: <http://datos.bancomundial.org/tema/ciencia-y-tecnologia>.
- Barro, R. (1990). "Government Spending in a Simple Model of Endogenous Growth". *Journal of Political Economy*, 98 (5), S103-S125.
- Boserup, E. (1965). *The Conditions of Agricultural Progress*. Aldine Publishing Company, Chicago, IL.
- Boucekkine, R. & De la Croix, D. (2003). "Information Technologies, Embodiment and Growth", *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 27, 2007-2034.
- Cazzavillan, G. (1996). "Public Spending, Endogenous Growth and Endogenous Fluctuations". *Journal of Economic Theory*, Vol. 71, 394-415.
- CEPAL (2012). *Base de datos y publicaciones estadísticas*. Recuperado de: <http://websie.eclac.cl/infest/ajax/cepalstat.asp?carpeta=estadisticas>.
- CONACYT (2012). *Indicadores de Actividades Científicas y Tecnológicas 2010*. Recuperado de: http://www.conacyt.gob.mx/InformacionCienciayTecnologia/Documents/Indicadores_2010.pdf.
- Dixit, A.K. & Stiglitz, J. (1977). "Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity". *American Economic Review*, 72, 389-405.
- Eurostat (2012). *Research and Development Expenditure Profile*, Recuperado de: <http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/page/portal/eurostat/home>.
- Futagami, K., Morita, Y. & Shibata, A. (1993). "Dynamic analysis of an endogenous growth model with public capital". *The Scandinavian Journal of Economics*, 95 (4), 607-625.
- Grossman, G.M. & Helpman, E. (1991). *Innovation and Growth in the Global Economy*, MIT Press.
- Harrod, R. (1939). "An Essay in Dynamic Theory". *The Economic Journal*, 49 (193), 14-33.
- Kuznets, S. (1960). "Population Change and Aggregate Output". En: *Demographic and Economic Change in Developed Countries*, Princeton University Press, Princeton NJ.
- Lucas, R. (1988). "On the Mechanics of Economic Development" *Journal of Monetary Economics*, Vol. 22, 3-42.
- Ludvigson, S. (1996). "The Macroeconomic Effects of Government Debt in a Stochastic Growth Model", *Journal of Monetary Economics*, Vol. 38, 25-45.
- Morales, M. (2004). "Research Policy and Endogenous Growth", *Spanish Economic Review*, (6), 179-209.
- Nordhaus, W. (1969). "An Economic Theory of Technological Change", *The American Economic Review*, 59 (2), 18-28.
- OCDE (2012). *Science and Technology Statistics, Gross domestic expenditure on R&D profile*. Recuperado de: <http://www.oecd-ilibrary.org/science-and-technology/>.
- Phelps, E. S. (1966). "Models of Technological Progress and the Golden Rule of Research", *Review of*

- Economic Studies*, 33 (2), 133-145.
- Reikard, G. (2005). "Endogenous Technical Advance and the Stochastic Trend in Output: A Neoclassical Approach", *Research Policy*, Vol. 34, 1476-1490.
- Rivas-Aceves S. (2010a). "Crecimiento Económico Vía el Cambio Tecnológico Gubernamental", *Análisis Económico*, Universidad Autónoma Metropolitana, 25 (58), 35-60.
- Rivas-Aceves S. (2010b). "Cambio Tecnológico Público y Privado, y su Efecto Sobre el Crecimiento Económico", *Revista Equilibrio Económico*, Universidad Autónoma de Coahuila, 6 (1), 39-62.
- Rivas-Aceves, S. & Venegas-Martínez, F. (2008). "Participación del Gobierno en el Desarrollo Tecnológico en un Modelo de Crecimiento Endógeno de una Economía Monetaria", *Problemas del Desarrollo, Revista Latinoamericana de Economía*, Universidad Nacional Autónoma de México, 39 (152), 47-68.
- Rivas-Aceves, S. & Venegas-Martínez, F. (2010a). "Gobierno como promotor del cambio tecnológico", *Economía mexicana Nueva Época*, 19 (1), 91-117.
- Rivas-Aceves, S. & Venegas-Martínez, F. (2010b). "Cambio tecnológico en México financiado por el gobierno: un modelo de crecimiento endógeno". *Región y sociedad*, 22 (49), 91-116.
- Rivera-Batiz, L. & Romer, P. (1991). "International Trade with Endogenous Technological Change", *European Economic Review*, Vol. 35, 971-1004.
- Romer, P. (1986). "Increasing Returns and Long-Run Growth", *The Journal of Political Economy*, 94 (5), 1002-1037.
- Romer, P. (1987). "Growth Based on Increasing Returns Due to Specialization", *The American Economic Review*, 77 (2), Papers and Proceedings of the Ninety-Ninth Annual Meeting of the American Economic Association, 56-62.
- Romer, P. (1990). "Endogenous Technological Change", *The Journal of Political Economy*, 98 (5), Part 2: The Problem of Development: A Conference of the Institute for the Study of Free Enterprise System, S71-S102.
- Shell, K. (1966). "Toward a Theory Inventive Activity and Capital Accumulation". *American Economic Association Papers and Proceedings*, 56, 62-68.
- Sheshinski, E. (1967). "Optimal Accumulation with Learning by Doing". En: Karl Shell, *Essays on the Theory of Optimal Economic Growth*, Cambridge: MIT Press, 31-52.
- Spence, M. (1976). "Product Selection, Fixed Cost, and Monopolistic Competition", *Review of Economic Studies*, 43 (2), 217-235.
- Turnovsky, S. (1993). "Macroeconomic Policies, Growth, and Welfare in a Stochastic Economy", *International Economic Review*, 34 (4), 953-981.
- Turnovsky, S. (1996). "Optimal Tax, Debt, and Expenditure Policies in a Growing Economy", *Journal of Public Economics*, Vol. 60, 21-44.
- Turnovsky, S. (1998). "Productive Government Expenditure in a Stochastically Growing Economy", *University of Washington*, Seattle, 1-38.
- Turnovsky, S. (1999). "On the Role of Government in a Stochastically Growing Open Economy", *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 23, 873-908.
- Turnovsky, S. (2000a). "Government Policy in a Stochastic Growth Model with Elastic Labor Supply", *Journal of Public Economic Theory*, Vol. 2, 389-433.
- Turnovsky, S. (2000b). "Fiscal Policy, Elastic Labor Supply, and Endogenous Growth", *Journal of Monetary Economics*, (45), 185-210.
- Uzawa, H. (1965). "Optimum Technical Change in an Aggregative Model of Endogenous Growth", *International Economic Review*, 6 (1), 18-31.

Apéndice matemático

El Hamiltoniano y las condiciones de primer orden correspondiente al problema de optimización dado por (3), (7) y (8) son:

$$\mathcal{H} = \ln c_t + \lambda \left[AG_t k_t - (1 + \tau_c) c_t \right] \quad [91]$$

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial c_t} = 0, \quad \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \lambda_t} = k_t, \quad -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial k_t} = \lambda_t - \lambda_t \rho \quad [92]$$

Por su parte, el Lagrangiano correspondiente al problema de optimización dado por (22) y (24) es:

$$\mathcal{L} = \left[\ln(M) + AG_t - \rho t \right] e^{-\rho t} + \lambda_t \left(G_t - B e^{AG_t - \rho t} \right) \quad [93]$$

en donde $M = \frac{\rho k_0}{(1 + \tau_c)}$ y $B = \frac{\tau_c \rho k_0}{(1 + \tau_c)}$. La solución está dada por la ecuación de Euler-Lagrange siguiente:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial G_t} - \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial G_t} = 0 \quad [94]$$

con lo que se encuentra la ecuación 25.

Por otro lado, el problema planteado por (42) y (47), arroja que:

$$\mathcal{J}(k, t) = \max_{c_s \Big|_{[t, t+dt]}} E \left\{ \ln(c) e^{-\rho t} + o(dt) + \mathcal{J}(k, t) + d\mathcal{J}(k, t) | \mathcal{F}_t \right\} \quad [95]$$

Al aplicar el Lema de Itô se tiene:

$$d\mathcal{J}(k, t) = \left[\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial t} + \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial k} k \left(A\mu_g - \frac{c}{k} \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \mathcal{J}}{\partial k^2} k^2 \sigma_g^2 A^2 \right] dt + \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial k} k \sigma_g A dw \quad [96]$$

Si se establece una vez más que $J(k, t) = V(k) e^{-\rho t}$, entonces:

$$0 = \ln c - \rho V(k) + k V'(k) \left(A\mu_g - \frac{c}{k} \right) + \frac{1}{2} V''(k) k^2 \sigma_g^2 A^2 \quad [97]$$

Para encontrar (A.7) se necesita sustituir $\mathcal{J}(k, t) = V(k)e^{-\rho t}$, aplicar (A.6), tomar esperanzas y fijar $E(dw)=0$, dividir entre dt y tomar el límite cuando $t \rightarrow 0$ a (A.5). Por último, el problema planteado por (65) y (71), arroja que:

$$\mathcal{J}(k, t) = \max_{c_s \Big|_{[t, t+dt]}} E \left\{ \ln(c) e^{-\rho t} + o(dt) + \mathcal{J}(k, t) + d\mathcal{J}(k, t) | \mathcal{F}_t \right\} \quad [98]$$

Al aplicar el Lema de Itô se tiene:

$$d\mathcal{J}(k, t) = \left[\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial t} + \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial k} k \left(\Omega(g) - \frac{c}{k} \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \mathcal{J}}{\partial k^2} k^2 \left[\Omega(\hat{g}) \right]^2 \right] dt + \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial k} k \left[\Omega(\hat{g}) \right] dw \quad [99]$$

Si se establece una vez más que $\mathcal{J}(k, t) = V(k)e^{-\rho t}$, entonces:

$$0 = \ln c - \rho V(k) + kV'(k) \left(\Omega(g) - \frac{c}{k} \right) + \frac{1}{2} V''(k) k^2 \left[\Omega(\hat{g}) \right]^2 \quad [100]$$

Para encontrar (A.10) se necesita sustituir $\mathcal{J}(k, t) = V(k)e^{-\rho t}$, aplicar (A.9), tomar esperanzas y fijar $E(dw)=0$, dividir entre dt y tomar el límite cuando $t \rightarrow 0$ a (A.8).